

Teorijska pitanja:

P1. Nacrtati sliku, obavezno obeležiti sve potrebne veličine i izvesti izraz za jačinu električnog polja metalne površinski naelektrisanе ravni u vazduhu [3]. Definirati električni dipol i njegov moment [3].

P2. Ekvivalentna otpornost redne veze dva otpornika je $14[\Omega]$. Kada se ova dva otpornika povežu paralelno odnos snaga Džulovih gubitaka na njima je $4/3$. Odrediti ove otpornike [4]? Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku (slika obavezna) [2].

P3. Kolika je magnetna energija idealnog kalema induktivnosti L ako je u kalemu uspostavljen magnetni fluks Φ [2]? Iskazati i zapisati zakon o konzervaciji magnetnog fluksa [2].

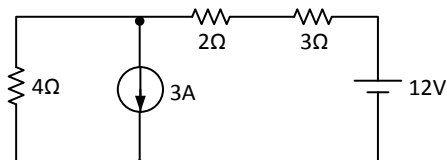
P4. Aktivna snaga neke impedanse je $16[W]$, a reaktivna $12[VAR]$. Moduo ove impedanse iznosi $5[\Omega]$. Odrediti ovu impedansu [4].

Zadaci:

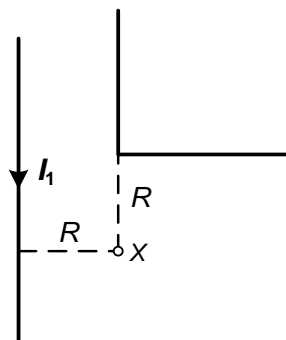
Z1. Oko tanke, usamljene, metalne sfere poluprečnika $R=10[cm]$ naelektrisanе količinom naelektrisanja $Q=1[nC]$ nalazi se sloj homogenog dielektrika debljine $d=10[cm]$, relativne dielektrične permitivnosti $\epsilon_r=10$, koji je koncentrično postavljen u odnosu na sferu. Sredina je vakuum. Odrediti i obavezno ucrtati na slici:

- Vektore dielektričnog pomeraja [2] i jačine elektrostatičkog polja u čitavom prostoru [2].
- Potencijal [2] i kapacitivnost metalne sfere [1].
- Površinsku gustinu slobodnog naelektrisanja na sferi [1].

Z2. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike odrediti i obavezno obeležiti na šemi: napon na strujnom izvoru [2], struju naponskog izvora [2], snagu svakog od generatora [2+2] i snagu termičke disipacije na otporniku od 2Ω [2].



Z3. Dva tanka, veoma dugačka, pravolinijska provodnika nalaze se u vazduhu, u istoj ravni, u položaju kao na slici. Kroz prvi provodnik protiče vremenski konstantna struja $I_1 = 5A$. Odrediti smer i intenzitet struje drugog provodnika [5] tako da vektor magnetske indukcije \mathbf{B} u tački X bude nula. Poznato je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$ i $R=1[cm]$.



Z4. Na prostoperiodični izvor elektromotorne sile $e(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(10^5 t) V$ redno su povezani otpornik $R=400\Omega$, kalem $L=10mH$ i kondenzator kapacitivnosti C . Obavezno nacrtati šemu kola. Odrediti kapacitivnost kondenzatora C tako da struja izvora bude u fazi sa elektromotornom silom izvora [2]. Za tako određenu kapacitivnost C odrediti efektivnu vrednost struje kroz kalem [2] i efektivnu vrednost napona na otporniku [1]. Odrediti aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu mreže [2], sve u ustaljenom stanju.

P1. $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, Električni dipol je elastični sistem od dva punktualna naelektrisanja Q i $-Q$ koja se nalaze na rastojanju d . Električni moment $\mathbf{p} = Q \cdot \mathbf{d}$, gde je \mathbf{d} vektor položaja pozitivnog naelektrisanja u odnosu na negativno.

P2. $R_1 + R_2 = 14\Omega$. Dalje je $P_1 : P_2 = 4 : 3$, odnosno $\frac{U^2}{R_1} : \frac{U^2}{R_2} = \frac{4}{3}$, pa je $\frac{R_2}{R_1} = \frac{4}{3}$. Rešavanjem se dobija

$$R_1 = 6\Omega \text{ i } R_2 = 8\Omega. \quad \mathbf{P3.} \quad W_m = \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{L}$$

P4. $S = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20[\text{VA}]$, $I = \sqrt{S/Z} = \sqrt{20/5} = 2[\text{A}]$. $P = RI^2 = 16[\text{W}]$
 $R = P/I^2 = 16/4 = 4[\Omega]$. $Q = XI^2 = 12[\text{VAR}]$, $X = Q/I^2 = 12/4 = 3[\Omega]$. $Z = R + jX$,
 tj. $Z = (4 + j3)\Omega$.

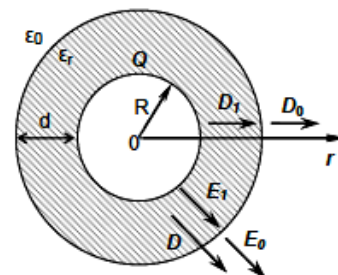
Z1. Granični uslovi: $\mathbf{D}_{1n} = \mathbf{D}_{0n} \wedge (\mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_{1n} \wedge \mathbf{D}_0 = \mathbf{D}_{0n}) \Rightarrow \mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_0 = \mathbf{D}$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{\text{slobodno}} \cdot D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2}, \quad r \geq R,$$

$$E_1(r) = \frac{D(r)}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad R \leq r \leq R+d, \text{ u dielektriku, odnosno}$$

$$E_0(r) = \frac{D(r)}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad R+d \leq r \leq \infty, \text{ u vakuumu. Unutar sfere:}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{D} = 0, \quad \text{za } r < R.$$



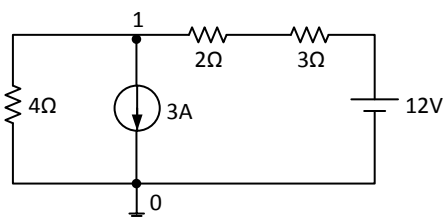
$$\text{Potencijal metalne sfere } V_s = V(r=R) = \int_{r=R}^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_R^{R+d} E_1(r) \cdot dr + \int_{R+d}^{\infty} E_0(r) \cdot dr$$

$$V_s = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_r} \int_R^{R+d} \frac{dr}{r^2} + \int_{R+d}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \right] = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_r} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+d} \right) + \frac{1}{R+d} \right] = 49.5[\text{V}]$$

$$C = \frac{Q}{V_s} = 20.2[\text{pF}],$$

$$\sigma_0 = Q/S = Q/(4\pi R^2) = 1 \cdot 10^{-9} / [4\pi \cdot 10^{-2}] = 10^{-7} / 4\pi \approx 8[\text{nC/m}^2]$$

Z2. Metod potencijala čvorova:



$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2+3} \right) V_1 = -3 + \frac{12}{2+3} \quad \Big|_{x=20}$$

$$9V_1 = -12, \quad V_1 = -\frac{4}{3} \text{ V. Napon na strujnom izvoru je}$$

$$U_{3A} = -V_1 = \frac{4}{3} \text{ V}, \quad P_{3A} = U_{3A} \cdot 3A = \frac{4}{3} \cdot 3 = 4 \text{ W},$$

$$I_{12V} = \frac{12 - V_1}{2+3} = \frac{12 - (-\frac{4}{3})}{2+3} = \frac{36+4}{3 \cdot 5} = \frac{40}{15} = \frac{8}{3} \text{ A}, \quad P_{12V} = I_{12V} \cdot 12V = \frac{8}{3} \cdot 12 = 32 \text{ W},$$

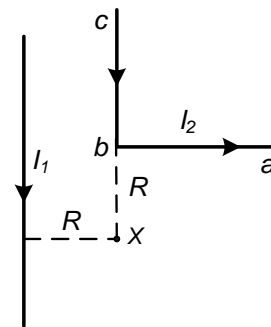
$$P_{2\Omega} = I_{12V}^2 \cdot 2 = \left(\frac{8}{3} \right)^2 \cdot 2 = \frac{64}{9} \cdot 2 = 14.22 \text{ W}$$

Z3. Indukcija prvog provodnika je: $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}$, smer \odot .

$B_{bc} = 0$, tačka X je u osi provodnika i

$$B_{ab} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi R} [\sin(0) - \sin(-\pi/2)] = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi R}, \text{ smer } \otimes.$$

$$B_x = B_1 - B_{ab} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} - \frac{\mu_0 I_2}{4\pi R} = 0, \boxed{I_2 = 2I_1 = 10A.}$$



Z4. U pitanju je fazna rezonancija između ems i struje izvora. Da bi se to postiglo potrebno je i dovoljno da je ukupna impedansa koju "vidi" izvor čisto realna, tj. $\bar{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R$, $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$,

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \quad \boxed{C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(10^5)^2 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{10^8} = 10\text{nF}.}$$

$$\boxed{\bar{I} = \bar{E} / \bar{Z} = 10 / 400 = 25\text{mA}}$$
 je efektivna

jačina struje kroz sve tri komponente. Efektivni napon na otporniku je $\boxed{U_R = RI = 10V}$. Snaga mreže:

$$\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 10 \cdot 25 = 250\text{mW}, \quad P = S = 250\text{mW}, \quad Q = 0\text{VAr}$$